

# Contribución al Conocimiento Científico y Tecnológico en Oaxaca

ISSN: 2594-0171

# CCCTO 2020



N. 4  
Septiembre 2020

## CONSIDERACIÓN DE LA SUBCONTRATACIÓN NO-CONFIABLE EN LA ESTRATEGIA DE PRODUCCIÓN Y MANTENIMIENTO DE UN SISTEMA CON DETERIORO

Rivera-Gómez, Héctor<sup>1\*</sup>, González-González, Jesús Manuel<sup>1</sup>, Garnica-González, Jaime<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Área Académica de Ingeniería y Arquitectura

\*Autor de correspondencia: hriver06@hotmail.com

### Resumen

El presente artículo estudia la interacción entre las estrategias de producción, mantenimiento y subcontratación que aparecen en sistemas modernos de producción y que son necesarias para poder satisfacer la demanda solicitada por los clientes. El sistema bajo estudio experimenta un proceso de deterioro que influye principalmente en la calidad de los productos. En la estrategia de producción, se considera una estrategia tradicional la cual, al no poder satisfacer la demanda por los efectos del deterioro, se recurre a un subcontratista, el cual se asume que es no-confiable. El sistema tiende a experimentar fallas aleatorias, las cuales son reparadas mínimamente y se puede recurrir a un mantenimiento mayor el cual restaura la unidad a su condición inicial. El objetivo del estudio es analizar una estrategia conjunta de producción y mantenimiento considerando el deterioro de calidad, subcontratación y minimizando el costo total. Considerando la dinámica estocástica del sistema, se utilizan técnicas de simulación, donde se combinan las capacidades descriptivas de la simulación, con el análisis estadístico y métodos de optimización. El modelo de simulación es validado mediante diversas técnicas a fin de asegurar que los resultados son aplicables a sistemas reales. Se presenta además un análisis de sensibilidad con el objetivo de resaltar la reducción de costos con la estrategia propuesta.

**Palabras clave:** Estrategias de mantenimiento, Planeación de la producción, Subcontratación no-confiable.

### Abstract

The present paper studies the interaction between the strategies of production, maintenance and subcontracting that are commonly observed in modern production systems and that are

necessary to consider to satisfy the customers demand. The system under study experiences a deterioration process that impacts mainly in the quality of the produced items. In the production strategy, a traditional approach is considered, which is not able to satisfy the demand due to the deterioration effects, and so subcontracting is needed. However, we assume that the subcontractor is not reliable. The system tends to experience random failures, which are minimal repaired, additionally major maintenance can be conducted to restore the production unit to its initial condition. The objective of the study is to analyze the joint strategy of production and maintenance considering quality deterioration and subcontracting with the aim to minimize the total cost. Considering the stochastic dynamics of the system, simulation techniques are used where the descriptive capacities of simulation are combined with statistical analysis and optimization methods. The simulation model is validated through several techniques with the aim to ensure that the results can be applied in real production systems. A sensitivity analysis is presented in order to confirm the structure of the proposed control policy.

**Key words:** Maintenance strategies, Non-reliable subcontracting, Production planning

### **Introducción**

En la actualidad, la subcontratación ha ganado importancia pues permite una mejor cooperación y coordinación entre las empresas para poder satisfacer las necesidades de los clientes en cuestión de tiempos de entrega y calidad. Aunque la subcontratación se ha estudiado en los últimos años, una escasa investigación se ha realizado desde el punto de vista operacional y considerando un subcontratista no-confiable. También, en la literatura, los temas principales como subcontratación, producción y planeación

del mantenimiento se han estudiado por separado, aunque su interacción es notoria. En los siguientes párrafos se analizan diferentes investigaciones sobre la integración de producción/mantenimiento, calidad, deterioro y subcontratación.

En la literatura se ha estudiado la relación entre calidad y producción durante varios años. Una de las primeras contribuciones sobre la planeación de la producción es la de Kimemia y Gershwin (1983), donde su estudio consolidó el marco teórico para el



desarrollo de modelos posteriores. Las contribuciones más notorias han sido las de Kim y Gershwin (2005 y 2008) donde se introduce un modelo dinámico de máquinas incluyendo además de los estados de fallas y operacionales, varios estados de defectos de calidad. Colledani y Tolio (2005, 2006) abordan simultáneamente cuestiones de calidad y producción dentro de un marco de referencia enteramente discreto, ellos consideran un sistema de producción con máquinas de fabricación e inspección.

Diversos estudios se han realizado para comprender los efectos que produce el deterioro en los sistemas de producción. Por ejemplo algunos estudios académicos e industriales han analizado el impacto de la tasa de producción en el desempeño de la intensidad del deterioro, como en los trabajos de Felix Offodile y Ugwu (1991), Khouja y Mehrez (1994) y Sana (2012). Otros artículos han abordado el tema del deterioro de sistemas, para contrarrestar el deterioro con base al mantenimiento, como lo estudia Pham y Wang (1996). Donde presentaron un método considerando que después de una reparación, el tiempo de funcionamiento

del sistema disminuye a medida que el número de reparaciones aumenta.

Diversos autores han estado interesados en integrar el mantenimiento en la planificación de la producción por el interés de mantener en operación por más tiempo a los sistemas de producción. Para un modelo no confiable, diversos modelos matemáticos se han desarrollado a fin de combinar las estrategias de mantenimiento con políticas de control de producción como en el trabajo de Rezg et al. (2008) y Chelbi y Ait-Kadi (2004). Los cuales están basados respectivamente en la política de reemplazo de bloques y en la política de reemplazo de edad. Gharbi y Kenné (2000) propusieron una política de control dependiente de la edad en el caso de un incremento de la tasa de fallas.

La relación entre estrategias de subcontratación y producción ha sido estudiada en años recientes. El trabajo de Hajej et al. (2014) contribuyó al estudio de un caso industrial en donde el uso de un subcontratista se hace cargo de cualquier producción restante para satisfacer la demanda del cliente. Bradley (2004) consideró el problema de producción/inventario para un sistema de

fabricación que puede aprovechar dos subcontratistas para satisfacer una demanda estacionaria. Yang et al. (2005) estudiaron un sistema inventario/producción con opción de subcontratación cuando la producción no puede satisfacer la demanda.

El presente artículo tiene como objetivo principal desarrollar una estrategia de control que aproveche a la subcontratación para cumplir con la demanda deseada y así disminuir los costos y mejorar la estrategia de producción. En una dinámica y contexto estocástico (fallas y reparaciones), se propone una nueva política de control de producción tomando en cuenta el aspecto de la subcontratación no-confiable, el mantenimiento y los efectos del deterioro en el sistema de producción. El resto del artículo está organizado de la siguiente manera: la sección 2 presenta el modelo propuesto, así como también la estrategia de producción, subcontratación y mantenimiento. En la sección 3 se describe los materiales y métodos adoptados en el artículo. La sección 4 muestra una instancia numérica. y se desarrolla un análisis de sensibilidad de diversos costos.

Finalmente, la sección 5 concluye el artículo.

### **Descripción del sistema de producción**

El sistema de producción bajo estudio consiste en dos unidades productivas (la unidad principal y el subcontratista) los cuales son además no-confiables y fabrican un solo tipo de pieza. La disponibilidad de la unidad principal ( $D_p$ ) está dada aleatoriamente, por una dinámica markoviana con tres estados  $\alpha_1 \in \Omega = \{1,2,3\}$ . Cuando  $\alpha_1(t) = 1$ , la unidad principal está en el modo operativo. Cuando  $\alpha_1(t) = 2$  la unidad se encuentra en el modo de falla y cuando  $\alpha_1(t) = 3$  la unidad está en el modo de mantenimiento mayor, que comprende una reparación total del sistema. En cuanto a la disponibilidad del subcontratista ( $D_s$ ) está dada aleatoriamente con dinámicas markovianas con dos estados  $\alpha_2 \in \Omega = \{1,2\}$ . Cuando  $\alpha_2(t) = 1$ , el subcontratista se encuentra operando con normalidad y cuando  $\alpha_2(t) = 2$  el subcontratista se encuentra no disponible por problemas técnicos. El nivel de inventario  $x(t)$  está dado por la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial x(t)}{\partial t} = \frac{u_1(t)}{1-\beta(a)} + u_2 - d, \quad x(0) = x_0 \quad (1)$$

Donde  $u_1(t)$  es la tasa de producción de la unidad principal en el tiempo (t),  $u_2$  es la tasa de producción del subcontratista,  $d$  es la demanda del cliente y  $\beta(a)$  es la tasa de defectivos en la edad  $a$ . Se considera que el subcontratista puede satisfacer solamente una fracción  $k$  de la demanda:

$$u_2 = k \cdot d \quad (2)$$

La edad de la unidad principal se define con la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial a(t)}{\partial t} = \eta_o \cdot u(t) \quad (3)$$

$$a(T) = 0 \quad (4)$$

donde  $\eta_o$  es una constante positiva y  $T$  se refiere al tiempo en el que se restauró por última vez la unidad. La tasa de defectivos incrementa acorde al nivel de deterioro de la unidad, Colledani y Tolio (2011), como se expone en la siguiente ecuación:

$$\beta(a) = b_0 + b_1 [e^{-\eta_1 a(t)^{\eta_2}}] \quad (5)$$

Donde  $b_0$  es la tasa de defectos en la condición inicial,  $b_1$  es el límite superior considerado en el proceso de deterioro,  $\eta_1$  y  $\eta_2$  son constantes no negativas.

### **Estrategia de producción y subcontratación**

La estrategia propuesta es una política tradicional de punto de cobertura que está definida por la siguiente expresión:

Si  $a(t) < A_{sub}$ :

Parámetro:	$c^+$	$c^-$	$c_R$	$c_M$	$c_{def}$	$c_{pro}$	$c_{sub}$
Valor:	1	40	100	3000	20	5	15

**Tabla II.** Parámetros de costo

$$u_2(t) = 0 \quad \forall x(t), \alpha_1(t), \alpha_2(t)$$

Si  $a(t) \geq A_{sub}$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1(t) = \left\{ \begin{array}{l} U_{max} \\ \text{Max} \left( \frac{U_{max}}{1-\beta(a)} - u_2^* \right) \\ \frac{d}{1-\beta(a)} \\ \text{Max} \left( \left( \frac{d}{1-\beta(a)} - u_2^* \right), 0 \right) \\ 0 \\ 0 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{si } x(t) < Z^* \text{ y } \alpha_1(t) = 1 \text{ y } \alpha_2(t) = 0 \\ \text{si } x(t) < Z^* \text{ y } \alpha_1(t) = 1 \text{ y } \alpha_2(t) = 1 \\ \text{si } x(t) = Z^* \text{ y } \alpha_1(t) = 1 \text{ y } \alpha_2(t) = 0 \\ \text{si } x(t) = Z^* \text{ y } \alpha_1(t) = 1 \text{ y } \alpha_2(t) = 1 \\ \text{si } x(t) \leq Z^* \text{ y } \alpha_1(t) = 0 \text{ y } \forall \alpha_2(t) = 0 \\ \text{si } x(t) > Z^* \end{array} \\ \\ u_2(t) = \left\{ \begin{array}{l} u_2^* \\ 0 \\ 0 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{si } x(t) \leq Z^* \text{ y } \alpha_2(t) = 1 \text{ y } \forall \alpha_1(t) = 0 \\ \text{si } x(t) \leq Z^* \text{ y } \alpha_2(t) = 0 \text{ y } \forall \alpha_1(t) = 0 \\ \text{si } x(t) > Z^* \end{array} \end{array} \right. \quad (11)$$

Donde  $A_{sub}$  indica la edad donde el subcontratista puede ser solicitado.

### Estrategia de mantenimiento mayor

La estrategia de mantenimiento mayor indica que esta actividad puede iniciarse cuando la unidad productiva sobrepasa la edad límite  $A_o$ :

$$w^*(1, x, a) = \begin{cases} 1 & \text{si } a(t) \geq A_o \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (12)$$

En donde  $A_o$  es la edad límite para la estrategia de mantenimiento.

### Materiales y métodos

La metodología propuesta consta de las siguientes actividades:

1) Modelo matemático: se establecen las variables de decisión, la función objetivo a minimizar y los parámetros de control de la estrategia propuesta.

2) Modelo de simulación: se desarrolla un modelo de simulación que utiliza los parámetros de control ( $Z_o, A_{sub}, A_o$ ) como datos de entrada.

Parámetro:	$q_{12}$	$q_{21}$	$q_{13}$	$q_{31}$	$q_{S12}$	$q_{S21}$
Valor:	0.1	1.5	0.15	5	0.25	0.3
Parámetro:	$u_{max}$	$d$	$u_{sub_{max}}$	$\eta_0$	$b_1$	$b_2$
Valor:	9	5	3	0.1	0.01	0.49
Parámetro:	$\eta_1$	$\eta_2$	k			
Valor:	$15 \times 10^{-6.2}$	2.4	0.5			

Tabla I. Parámetros del modelo numérico

3) Análisis estadístico: en esta actividad se utiliza un diseño de experimentos con el propósito de determinar un modelo de regresión de segundo orden para el costo total incurrido del modelo de simulación.

4) Optimización: en esta etapa se optimiza el modelo de regresión obtenido dentro del rango factible de los parámetros de control, además se especifica los valores óptimos de los parámetros de control ( $Z_0, A_{sub}, A_o$ ) y el costo total mínimo.

### Resultados y discusión

En esta sección se desarrolla una instancia numérica del sistema bajo estudio, se consideran tres variables independientes

( $Z_0, A_{sub}, A_o$ ) y una variable dependiente puntualizada por el costo total incurrido.

Varias corridas de simulación son ejecutadas en base en un diseño factorial  $3^3$ . A cada combinación de las variables independientes ( $Z_0, A_{sub}, A_o$ ), el diseño  $3^3$  se replica 2 veces, esto supone un total de  $(3^3 \times 2) = 54$  corridas de simulación necesarias para los cálculos. Los valores de los parámetros empleados en la instancia numérica se presentan en la Tabla I. La Tabla II presenta los parámetros de costo utilizados en la instancia numérica.

Cabe destacar que a fin de asegurar que  $A_{sub} < A_o$ , se define esta edad como una



Casos	Par.	Variación de costo						
		$c^+$	$c^-$	$c_d$	$c_{pro}$	$C_{sub}$	$C_r$	$C_{pm}$
Caso Base	-	1	40	20	5	15	100	3000
Caso I	$c^+$	0.5	40	20	5	15	100	3000
Caso II		2	40	20	5	15	100	3000
Caso III	$c^-$	1	10	20	5	15	100	3000
Caso IV		1	50	20	5	15	100	3000
Caso V	$c_d$	1	40	5	5	15	100	3000
Caso VI		1	40	30	5	15	100	3000
Caso VII	$c_{pro}$	1	40	20	1	15	100	3000
Caso VIII		1	40	20	10	15	100	3000
Caso IX	$c_{sub}$	1	40	20	5	5	100	3000
Caso X		1	40	20	5	30	100	3000
Caso XI	$c_r$	1	40	20	5	15	30	3000
Caso XII		1	40	20	5	15	200	3000
Caso XIII	$c_M$	1	40	20	5	15	100	1000
Caso XIV		1	40	20	5	15	100	4500

**Tabla VI.** Análisis de sensibilidad para diferentes variaciones de costo

fracción de la edad  $A_0$  tal como  $A_{sub} = k \cdot A_0$ , donde  $k \in [0,1]$ . Los valores de las variables independientes  $(Z_0, k, A_0)$ , presentados en la Tabla III, fueron seleccionados por medio de la observación de la unidad de producción dada por corridas preliminares.

En la Tabla VI, se presentan catorce configuraciones diferentes, las cuales se obtienen de la modificación de siete categorías de costo.

Los resultados obtenidos en el análisis de sensibilidad de la variación del conjunto de costos analizados se presentan en la Tabla VII.

En base en los resultados discutidos de la Tabla VII, es clara la eficiencia del modelo propuesto y se comprueba que la

Casos	Par.	Parámetros Óptimos de Variación				Costo	
		$Zo^*$	$K^*$	$Ao^*$	$Asub^*$	$C^*$	Efecto
Caso Base	-	31.5	0.6707	150.32	100.8196	34.33	Base de comparación
Caso I	$c^+$	39.83	0.692	154.84	107.1493	17.05	$Zo^*\uparrow, Ao^*\uparrow, Asub^*\uparrow$
Caso II		14.93	0.627	140.36	88.0057	56.86	$Zo^*\downarrow, Ao^*\downarrow, Asub^*\downarrow$
Caso III	$c^-$	16.58	0.6604	132.77	87.6813	66.10	$Zo^*\downarrow, Ao^*\downarrow, Asub^*\downarrow$
Caso IV		34.6	0.6718	154.47	103.7729	16.28	$Zo^*\uparrow, Ao^*\uparrow, Asub^*\uparrow$
Caso V	$c_d$	32.21	0.6471	165.17	106.8815	23.42	$Zo^*\uparrow, Ao^*\uparrow, Asub^*\uparrow$
Caso VI		31	0.6875	139.85	96.1469	40.97	$Zo^*\downarrow, Ao^*\downarrow, Asub^*\downarrow$
Caso VII	$c_{pro}$	32.19	0.6711	154.27	103.5306	14.10	$Zo^*\uparrow, Ao^*\uparrow, Asub^*\uparrow$
Caso VIII		30.67	0.6705	145.46	97.5309	59.43	$Zo^*\downarrow, Ao^*\downarrow, Asub^*\downarrow$
Caso IX	$c_{sub}$	30.66	0.6441	154.88	99.7582	24.68	$Zo^*\downarrow, Ao^*\uparrow, Asub^*\downarrow$
Caso X		33.61	0.7095	143.82	102.0403	47.66	$Zo^*\uparrow, Ao^*\downarrow, Asub^*\uparrow$
Caso XI	$c_R$	31.53	0.6702	150.7	100.9991	27.96	$Zo^*\uparrow, Ao^*\uparrow, Asub^*\uparrow$
Caso XII		31.47	0.6715	149.87	100.6377	43.43	$Zo^*\downarrow, Ao^*\downarrow, Asub^*\downarrow$
Case XIII	$c_M$	30.78	0.6985	133.59	93.3126	25.46	$Zo^*\downarrow, Ao^*\downarrow, Asub^*\downarrow$
Case XIV		31.93	0.6543	160.29	104.8777	40.26	$Zo^*\uparrow, Ao^*\uparrow, Asub^*\uparrow$

**Tabla VII.** Análisis de sensibilidad para diferentes variaciones de costo

estructura de la estrategia de control es consistente durante todo el análisis.

### Conclusiones

A través de un ejemplo numérico se observó que el proceso de deterioro

influye directamente en la estrategia de mantenimiento, producción y subcontratación, debido a que los parámetros de control de estas estrategias se definen en base en el nivel de deterioro

de la unidad principal. Por consiguiente, se percató que la estrategia de subcontratación se pone en funcionamiento cuando la unidad de producción no puede cumplir con la demanda solicitada por sí sola, a causa de la presencia de defectivos y el gran deterioro de la unidad. En el análisis de sensibilidad se observó la efectividad de la estrategia propuesta y la reducción en el costo que puede ser obtenida al implementar la estrategia de control. Al momento, los resultados alcanzados son satisfactorios e impulsan el desarrollo de futuros trabajos en esta área de investigación.

## Bibliografía

- Bradley, J. (2004). A Brownian approximation of a production-inventory system with manufacturer that subcontracts. *Oper Res* 52(5), 765-784.
- Chelbi, A., & Ait-Kadi, D. (2004). Analysis of a production/inventory system with randomly failing production unit submitted to regular preventive maintenance. *European Journal of Operational Research*, 156(3), 712-718.
- Colledani, M., & Tolio, T. (2005). Impact of statistical process control (SPC) on the performance of production systems-part2 (large systems). *5th international conference on analysis of manufacturing systems-production management*. Zakynthos Island, Greece.
- Colledani, M., & Tolio, T. (2006). Impact of Quality Control on Production System Performance. *Annals of the CIRP*, 55.
- Colledani, M., & Tolio, T. (2011). Integrated analysis of quality and production logistics performance in manufacturing lines. *International Journal of Production Research*, 49(2), 485-518.
- Felix Offodile, O., & Ugwu, K. (1991). Evaluating the effect of speed and payload on robot repeatability. *Robotics and computer-integrated manufacturing*, 8(1): 27-33.
- Gharbi, A., & Kenné, J. (2000). Production and preventive maintenance rates control for a manufacturing system: An experimental design approach. *International Journal of Production Economics*, 65(3), 275-287.
- Hajej, Z., Rezg, N., & Gharbi, A. (2014). Forecasting and maintenance problem under subcontracting constraint with transportation delay. *Int. J. Prod. Res.* 52 (22), 6695-6716.
- Khouja, M., & Mehrez, A. (1994). Economic production lot size model with variable production rate and imperfect quality. *Journal of the Operational Research Society*, 45(12):1405-17.
- Kim, J., & Gershwin, S. (2005). Integrated quality and quantity modeling of a production line. *OR Spectrum*, 27(2-3), 287-314.

Kim, J., & Gershwin, S. (2008). Analysis of long flow lines with quality and operational failures. *IIE Transactions*.

Kimemia, J., & Gershwin, S. (1983). An algorithm for the computer control of production in a flexible manufacturing system. *IIE Transactions*, 15(4), 353-362.

Pham, H., & Wang, H. (1996). Imperfect maintenance. *European Journal of Operation Research*, 94, 425–438.

Rezg, N., Dellagi, S., & Chelbi, A. (2008). Joint optimal control and preventive maintenance policy. *International Journal of Production Research*, 46(19), 5349–5365.

Sana, S. (2012). Preventive maintenance and optimal buffer inventory for products sold with warranty in an imperfect production system. *International Journal of Production Research*, 50(23):6763–74.

Yang, J., Qi, X., & Xia, Y. (2005). A production-inventory system with Markovian capacity and outsourcing option. *Oper Res* 53(2), 328-349.